الفصل الثالث ـ الحركة الدورانية

1) الحركة الدائرية المنتظمة: اذا بقيت السرعة الزاوية ($\omega = Const$) ثابتة خلال الزمن، يمكن القول أن الجسم الصلب يدور بانتظام حول المحور Δ.

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \int_{0}^{t} \omega \, dt$$

$$\theta - \theta_0 = \omega . t \Rightarrow \theta = \omega . t + \theta_0$$

2) الحركة الدورانية المتغيرة بانتظام: يتحرك الجسم حركة دورانية متغيرة بانتظام إذا كانت في كل لحظة زمنية ازدياد أو نقصان السرعة الزاوية خلال فترات زمنية متساوية واحدة أي بتسارع زاوي ثابت ($\varepsilon = Const$)

في الحالة الأولى في الحركة المتسارعة بانتظام او المتباطئة بانتظام.

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \int_{0}^{t} \varepsilon . dt$$

$$\omega - \omega_0 = \varepsilon . t \Rightarrow \omega = \varepsilon . t + \omega_0$$

وتسمى معادلة السرعة الزاوية للجسم الصلب.

[illegible]

$$w = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow d\theta = w\,dt$$

$w = \varepsilon . t + w_0$ [illegible]

$$\int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \int_0^t w\,dt \Rightarrow (\varepsilon . t + w_0)\,dt$$

$$\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}\varepsilon . t^2 + w_0 . t \Rightarrow \theta = \frac{1}{2}\varepsilon . t^2 + w_0 . t + \theta_0$$

[illegible] $t = 0 \Rightarrow \theta_0 = 0$

[illegible]

$$\theta = \frac{1}{2}\varepsilon . t^2 + w_0 . t$$

$$\varepsilon = \frac{dw}{dt} \cdot \frac{d\theta}{d\theta} = \frac{dw}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

$$\int_{w_0}^{w} w\,dw = \int_{\theta_0}^{\theta} \varepsilon\,d\theta$$

$$\frac{w^2}{2} - \frac{w_0^2}{2} = \varepsilon(\theta - \theta_0) \Rightarrow w^2 - w_0^2 = 2\varepsilon . \Delta\theta$$

[illegible] ε [illegible] t [illegible] θ [illegible]

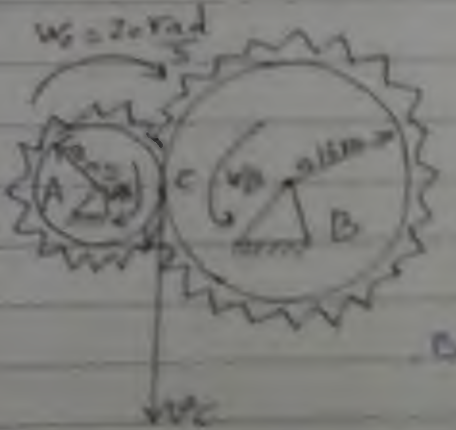
$\varepsilon = f(t)$, $\varepsilon = f(\theta)$

$$w = \frac{d\theta}{dt} \quad , \quad \varepsilon = \frac{dw}{dt} \Rightarrow w . dw = \varepsilon . d\theta$$

مسألة ٤ ص 182

يقوم محرك [illegible] المسنن A [illegible]
[illegible] $\alpha = 0.25\,\theta^3 + 0.5$ rad/s² حيث الزاوية θ مقاسة بالراديان
المطلوب: 1) أوجد السرعة الزاوية للمسنن B بعد [illegible] المسنن A 10 دورات
2) أوجد التسارع [illegible] للمسنن B [illegible] علماً أن السرعة الزاوية الابتدائية
للمسنن A: $\omega_0 = 20$ rad/s

الحل



المعطيات:

$\alpha = 0.25\,\theta^3 + 0.5$ rad/s²

نعوض 2π لكل دورة [illegible] $n = 10$ r.p.m

ملاحظة:

التسارع [illegible] A، B

$\alpha_A \ldots \theta = \alpha_B \ldots f(\theta)$

$w_B = \frac{v_C}{R_B} \rightarrow v_C = w_A \cdot R_A$

$$\int_{w_0}^{w} w\,dw = \int_0^{20\pi} \alpha\,d\theta \rightarrow$$

$$\frac{w^2}{2} - \frac{w_0^2}{2} = \left(0.25\frac{\theta^4}{4} + 0.5\,\theta\right)\Big|_0^{20\pi}$$

$$w^2 = \frac{\theta^4}{8} + \theta + w_0^2\Big|_0^{20\pi} \rightarrow w^2 = \frac{(20\pi)^4}{8} + 20\pi + (20)^2 = 1948644$$

$\rightarrow w_A = 1396$ rad.s⁻¹

$v_C = w_A \cdot r_A = w_B \cdot r_B \rightarrow w_B = w_A \cdot \frac{r_A}{r_B}$

$w_B = 1396 \times \frac{0.15}{0.45} = \frac{1396}{3} \rightarrow w_B = 465$ rad.s⁻¹

$a_c^t = \alpha_A \cdot r_A = \alpha_B \cdot r_B \Rightarrow \alpha_B = \frac{r_A}{r_B} \cdot \alpha_A = \frac{1}{3}\alpha_A$

$\alpha_B = \frac{1}{3}(0.26B^{J} + 0.5) = 51.843 \ rad.s^{-2}$

مسألة 7 - 130

[illegible] A [illegible] $\alpha = 0.6t^2 + 0.75$ rad/s² [illegible] $\omega_0 = 6$ rad/s [illegible] B [illegible]

المطلوب

الحل

المعطيات

$\alpha = 0.6t^2 + 0.75 \ rad/s^2$

[illegible]

$\omega_0 = 6 \ rad/s \ , \ t = 3 \ sec$

$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \ , \ \int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \int_0^t \alpha \cdot dt$

$\omega - \omega_0 = \left(0.6\frac{t^3}{3} + 0.75t\right)\Big|_0^3 \Rightarrow \omega = 0.6(9) + 0.75 \times 3 + 6$

$\omega = 5.4 + 2.25 + 6 = 13.65 \ rad.s^{-1}$

$v_B = \omega \cdot r = 13.65 \times 0.15 = 2 \ m.s^{-1}$

$\alpha = 0.6(9) + 0.75 = 6.15 \ rad.s^{-2}$

الطلب الثاني [illegible] $a = [illegible] = 1\ m.s^{-2}$

[illegible]

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t v\,dt$$

طالما [illegible]

$$x - x_0 = \int v\,dt \Rightarrow w = 0.2t^3 + 0.75t + 6$$

$$\Rightarrow x - x_0 = (0.2t^3 + 0.75t + 6)\Big|_0^2 \times 0.15$$

$$= \left(0.2\frac{t^4}{4} + 0.75\frac{t^2}{2} + 6t\right)\Big|_0^2 \times 0.15$$

$$= ([illegible]) \times 0.15 = 2.2275\ m.s^{-1}$$

$x = [illegible] + 1 = [illegible]\ m$

أو طريقة ثانية

$$w = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \int_0^t w\,dt$$

$$\theta - \theta_0 = \int_0^t (0.2t^3 + 0.75t + 6)\,dt \Rightarrow [illegible]\,dt$$

$\theta = [illegible]\ rad.s^{-1} \Rightarrow x = \theta . r$

$x =$